Chapitre 3

Calculs numériques

3-1 Avant d’effectuer un calcul

Ce paragraphe décrit les paramètres qui sont disponibles sur les menus que vous utilisez pour effectuer des calculs avec résolution, différentielles/différentielles quadratiques, intégrations, valeurs maximale/minimale et Σ.

P.27

Quand le menu d'options est affiché, appuyez sur F4 (CALC) pour faire apparaître le menu d'analyse de fonction. Les paramètres de ce menu servent à effectuer des calculs de type particulier.

- {**Solve**}/{d/dx}/{d^2/dx^2}/{$\int dx$} ... Calculs de {résolution}/{différentielle}/{différentielle quadratique}/{intégration}
- {**FMin**}/{**FMax**}/{**Σ(**} ... Calculs de {valeur minimale}/{valeur maximale}/{Σ (sigma)}

Calcul de résolution

La syntaxe requise pour l'utilisation de la fonction de résolution dans un programme est la suivante.

Solve ($f(x)$, n, a, b)

- b : *Limite supérieure*
- a : *Limite inférieure*
- n : *Valeur initiale estimée*

P.394

P.107

- Deux méthodes différentes peuvent être utilisées pour le calcul de résolution: l’affectation directe et l’entrée d'une table de variables.

  Avec l’affectation directe (méthode décrite ici), vous attribuez directement des valeurs aux variables. Ce type d’entrée est identique à celle qui est utilisée avec la commande de résolution dans le mode de programmation.

  L’entrée d’une table de variables est utilisée avec la fonction de résolution du mode d’équation. Cette méthode est recommandée pour la plupart des entrées de la fonction de résolution.

3-2 Calculs de différentielles

Pour effectuer des calculs de différentielles, affichez d'abord le menu d'analyse de fonctions, puis entrez les valeurs indiquées dans la formule suivante.

$\boxed{F2}\,(d/dx)\; f(x)\,\boxed{,}\,\underbrace{a}_{}\,\boxed{,}\,\underbrace{\Delta x}_{}\,\boxed{)}$

Accroissement/décroissement de x

Point pour lequel la dérivée doit être déterminée

$$d/dx\,(f(x), a, \Delta x) \Rightarrow \frac{d}{dx} f(a)$$

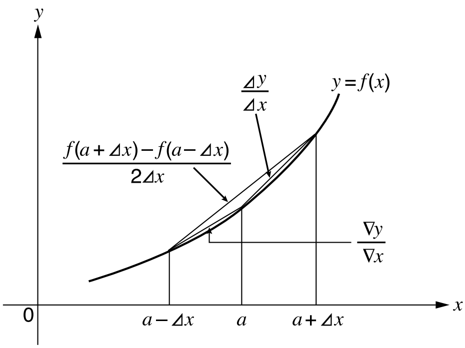
La différentiation pour ce type de calcul est définie en tant que :

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

Dans cette définition, *infinitésimal* est remplacé par *suffisamment petit* Δx, avec la valeur aux environs de $f'(a)$ calculée en tant que :

$$f'(a) \fallingdotseq \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

Afin d'apporter la meilleure précision possible, la machine emploie la différence moyenne pour réaliser les calculs différentiels. L'exemple suivant illustre la différence moyenne.



Les pentes des points a et $a + \Delta x$, et des points a et $a - \Delta x$ dans la fonction $y = f(x)$ sont les suivantes :

$$\frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}\,,\quad \frac{f(a) - f(a - \Delta x)}{\Delta x} = \frac{\nabla y}{\nabla x}$$

Dans l'exemple ci-dessus, $\Delta y/\Delta x$ est appelé la différence avant, tandis que $\nabla y/\nabla x$ est la différence arrière. Pour calculer les dérivées, la machine prend la moyenne entre les valeurs de $\Delta y/\Delta x$ et $\nabla y/\nabla x$, apportant ainsi une plus grande précision pour les dérivées.

Cette moyenne, qui est appelée la *différence moyenne*, est exprimée en tant que :

$$f'(a) = \frac{1}{2}\left(\frac{f(a+\Delta x)-f(a)}{\Delta x} + \frac{f(a)-f(a-\Delta x)}{\Delta x}\right)$$

$$= \frac{f(a+\Delta x)-f(a-\Delta x)}{2\Delta x}$$

●Pour réaliser un calcul différentiel

Exemple **Déterminer la dérivée au point $x = 3$ pour la fonction $y = x^3 + 4x^2 + x - 6$, lorsque l'accroissement ou le décroissement de x est défini par $\Delta x = 1$E $- 5$.**

Entrez la fonction $f(x)$.

[AC] [OPTN] [F4](CALC) [F2](d/dx) [X,θ,T] [^] [3] [+] [4] [X,θ,T] [x^2] [+] [X,θ,T] [−] [6] [,]

Entrez le point $x = a$ pour lequel vous voulez déterminer la dérivée.

[3] [,]

Entrez Δx, qui est l'accroissement/décroissement de x.

[1] [EXP] [(−)] [5] [)]
[EXE]

```
d/dx(X^3+4X²+X−6,3,1E
-5)
                    52
```

- Dans la fonction $f(x)$, seule X peut être utilisée comme variable dans les expressions. Les autres variables (A à Z, r, θ) sont traitées comme constantes, et la valeur affectée à cette variable est utilisée au cours du calcul.
- L'entrée de Δx et la fermeture de parenthèses peuvent être omises. Si vous omettez Δx, la calculatrice utilise automatiquement une valeur pour Δx qui est appropriée à la dérivée que vous essayez de déterminer.
- Les points ou sections discontinus soumis à un changement important peuvent affecter la précision du calcul ou même provoquer une erreur.

Applications des calculs différentiels

- Les différentielles peuvent être additionnées, soustraites, multipliées ou divisées par chacune d'elles.

$$\frac{d}{dx} f(a) = f'(a), \quad \frac{d}{dx} g(a) = g'(a)$$

Par conséquent:

$$f'(a) + g'(a), \; f'(a) \times g'(a), \text{ etc.}$$

- Les résultats de différentielles peuvent être utilisés dans les additions, soustractions, multiplications et divisions et dans les fonctions.

$$2 \times f'(a), \; \log(f'(a)), \text{ etc.}$$

- Les fonctions peuvent être utilisées pour tous les termes ($f(x)$, a, $\varDelta x$) d'une différentielle.

$$\frac{d}{dx}(\sin x + \cos x, \sin 0{,}5), \text{ etc.}$$

- Vous ne pouvez pas utiliser d'expression de calcul de résolution, différentielle, différentielle quadratique, intégration, valeur maximale/minimale ou de Σ à l'intérieur d'un terme de calcul différentiel.

- Le fait d'appuyer sur AC pendant le calcul d'une différentielle (lorsque le curseur n'est pas affiché à l'écran) interrompt le calcul.
- Utilisez toujours le radian (mode Rad) comme unité d'angle pour effectuer des différentielles trigonométriques.

3-3 Calculs de différentielles quadratiques

[OPTN]-[CALC]-[d^2/dx^2]

Après avoir affiché le menu d'analyse de fonctions, vous pouvez entrer des différentielles quadratiques en utilisant un des deux formats suivants.

F3 (d^2/dx^2) $f(x)$, a , n)

Limite finale (n = 1 à 15)

Point de coefficient différentiel

$$\frac{d^2}{dx^2}\,(f(x), a, n) \Rightarrow \frac{d^2}{dx^2} f(a)$$

Les calculs de différentielles quadratiques produisent une valeur différentielle approximative à partir de la formule de différentielle de second ordre suivante qui est basée sur l'interprétation polynomiale de Newton.

$$f''(x) = \frac{-f(x-2h) + 16f(x-h) - 30f(x) + 16f(x+h) - f(x+2h)}{12h^2}$$

Dans cette expression, les valeurs pour les "incréments suffisamment petits de x" sont calculées en séquence à partir de la formule suivante, avec la valeur de m substituée par m = 1, 2, 3, et ainsi de suite.

$$h = \frac{1}{5^m}$$

Le calcul est terminé quand la valeur de $f''(x)$ basée sur la valeur de h calculée en utilisant la dernière valeur de m, et la valeur de $f''(x)$ basée sur la valeur de h calculée en utilisant la valeur actuelle de m sont identiques avant que la limite supérieure n soit atteinte.

- Normalement, vous n'avez pas à entrer de valeur pour n. Il est conseillé d'entrer une valeur pour n si la précision des calculs l'exige.
- L'entrée d'une grande valeur pour n ne produit pas nécessairement une plus grande précision.

●Pour effectuer un calcul de différentielle quadratique

Exemple **Déterminer le coefficient différentiel quadratique au point où x = 3 pour la fonction $y = x^3 + 4x^2 + x - 6$**
Dans ce cas, entrez 6 pour n, qui est une limite finale.

Entrez la fonction $f(x)$.

AC OPTN F4 (CALC) F3 (d^2/dx^2) X,θ,T ^ 3 +
4 X,θ,T x^2 + X,θ,T − 6 ,

Entrez 3 comme point a qui est un point de coefficient différentiel.

[3] [,]

Entrez 6 pour n, qui est la limite finale.

[6] [)]

[EXE]

```
d²/dx²(X^3+4X²+X−6,3,
6)
                      26
```

- Dans la fonction $f(x)$, seule X peut être utilisée comme variable dans des expressions. Toutes les autres variables (A à Z, r, θ) sont traitées comme constantes et la valeur actuelle attribuée à cette variable est utilisée pendant le calcul.
- L’entrée de la limite finale n et la fermeture de parenthèses peuvent être omises.
- Des points ou des sections discontinus avec d’importantes fluctuations peuvent affecter la précision, voire causer une erreur.

■ Applications des calculs de différentielles quadratiques

- Les opérations arithmétiques peuvent être effectuées en utilisant deux différentielles quadratiques.

$$\frac{d^2}{dx^2} f(a) = f''(a),\ \frac{d^2}{dx^2} g(a) = g''(a)$$

Par conséquent:

$$f''(a) + g''(a),\ f''(a) \times g''(a), \text{ etc.}$$

- Le résultat d’un calcul de différentielle quadratique peut être utilisé dans un calcul ultérieur arithmétique ou de fonction.

$$2 \times f''(a),\ \log(f''(a)), \text{ etc.}$$

- Les fonctions peuvent être utilisées à l’intérieur des termes ($f(x)$, a, n) d’une expression différentielle quadratique.

$$\frac{d^2}{dx^2}(\sin x + \cos x, \sin 0{,}5), \text{ etc.}$$

- Vous ne pouvez pas utiliser d’expression de calcul de résolution, différentielle, différentielle quadratique, intégration, valeur maximale/minimale ou de Σ à l’intérieur d’un terme de calcul de différentielle quadratique.

- Utilisez uniquement des entiers de 1 à 15 comme valeur de limite finale n. L'utilisation d'une valeur hors de cette plage produit une erreur.
- Vous pouvez interrompre un calcul de différentielle quadratique en cours en appuyant sur la touche [AC].
- Utilisez toujours les radians (mode Rad) comme unité d’angle quand vous effectuez des différentielles quadratiques trigonométriques.

3-4 Calculs d'intégrations **[OPTN]-[CALC]-[$\int dx$]**

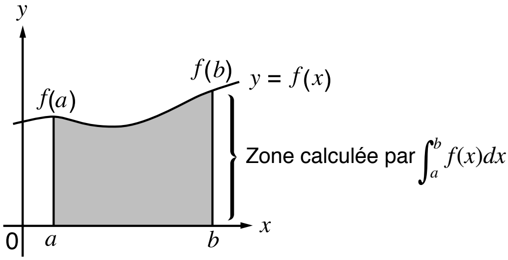
Pour effectuer des calculs d'intégrations, affichez d'abord le menu d'analyse de fonctions, puis entrez les valeurs indiquées dans la formule suivante.

Règle de Gauss-Kronrod

F4 ($\int dx$) $f(x)$, a , b , tol)

Tolérance
Point final
Point initial

$$\int(f(x), a, b, tol) \Rightarrow \int_a^b f(x)dx$$



Règle de Simpson

F4 ($\int dx$) $f(x)$, a , b , n)

Nombre de divisions (valeur de n dans $N = 2^n$, n étant un entier de 1 à 9)
Point final
Point initial

$$\int(f(x), a, b, n) \Rightarrow \int_a^b f(x)dx,\ N = 2^n$$

Comme indiqué sur l'illustration ci-dessus, les calculs d'intégration sont exécutés en calculant les valeurs intégrales de a à b pour la fonction $y = f(x)$ quand $a \leqq x \leqq b$ et $f(x) \geqq 0$*. La surface de la zone ombrée sur l'illustration est ainsi calculée.

* Quand $f(x) < 0$ dans $a \leqq x \leqq b$, le calcul de l'aire produit des valeurs négatives (aire sous l'axe x).

■ Changement des méthodes de calcul d'intégration

P.6

Cette calculatrice peut utiliser la règle de Gauss-Kronrod ou la règle de Simpson pour effectuer des calculs d'intégration. Pour sélectionner une méthode, affichez l'écran de configuration et sélectionnez "**Gaus**" (pour la règle de Gauss-Kronrod) ou "**Simp**" (pour la règle de Simpson) pour le paramètre Intégration.

Toutes les explications de ce mode d'emploi utilisent la règle de Gauss-Kronrod.

•Pour effectuer un calcul d'intégration

Exemple **Effectuer un calcul d'intégration pour la fonction indiquée ci-dessous avec une tolérance de "tol" = 1E - 4**

$$\int_1^5 (2x^2 + 3x + 4)\, dx$$

Entrez la fonction $f(x)$.

AC OPTN F4(CALC) F4($\int dx$) 2 X,θ,T x^2 + 3 X,θ,T + 4 ,

Entrez le point initial et le point final.

1 , 5 ,

Entrez la valeur de tolérance.

1 EXP (−) 4) EXE

```
∫(2X²+3X+4,1,5,1E-4)
             134.6666667
```

- Dans la fonction $f(x)$, seule X peut être utilisée comme variable dans les expressions. Les autres variables (A à Z, r, θ) sont traitées comme constantes, et la valeur affectée à cette variable est utilisée au cours du calcul.
- L'entrée de "tol" dans la règle de Gauss-Kronrod, "n" dans la règle de Simpson et la fermeture de parenthèses peuvent être omises avec les deux règles. Si vous omettez "tol", la calculatrice utilisera automatiquement la valeur de 1E - 5. Dans le cas de "n", la calculatrice sélectionne automatiquement la valeur mieux appropriée.
- Les calculs d'intégration peuvent prendre un certain temps.

■ Application des calculs d'intégration

- Les intégrales peuvent être utilisées dans les additions, soustractions, multiplications ou divisions.

$$\int_a^b f(x)\, dx + \int_c^d g(x)\, dx, \text{ etc.}$$

- Les résultats d'intégration peuvent être utilisés dans les additions, soustractions, multiplications, divisions et dans les fonctions.

$$2 \times \int_a^b f(x)\, dx, \text{ etc. } \log \left(\int_a^b f(x)\, dx\right), \text{ etc.}$$

- Les fonctions peuvent être utilisées dans chacun des termes ($f(x)$, a, b, n) d'une intégrale.

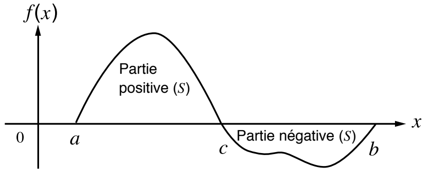
$$\int_{\sin 0{,}5}^{\cos 0{,}5} (\sin x + \cos x)\, dx = \int(\sin x + \cos x, \sin 0{,}5, \cos 0{,}5, 5)$$

- Vous ne pouvez pas utiliser d'expression de calcul de résolution, différentielle, différentielle quadratique, intégration, valeur maximale/minimale ou de Σ à l'intérieur d'un terme de calcul d'intégration.

- Le fait d'appuyer sur [AC] pendant le calcul d'une intégrale (lorsque le curseur n'est pas affiché à l'écran) interrompt le calcul.
- Utilisez toujours le radian (mode Rad) comme unité d'angle pour effectuer des intégrations trigonométriques.
- Les facteurs comme le type de fonction utilisés, les valeurs positives et négatives dans les divisions et la division où l'intégration est effectuée peuvent causer une erreur importante dans les valeurs d'intégration et des résultats de calculs erronés.

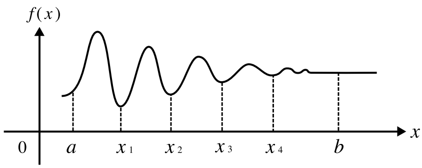
Notez les points suivants pour garantir de bonnes valeurs d'intégration.

(1) Lorsque les valeurs d'intégration de fonctions cycliques deviennent positives ou négatives pour différentes divisions, effectuez le calcul pour des cycles uniques ou divisez entre négatif et positif, puis ajoutez les résultats.



$$\int_a^b f(x)dx = \underbrace{\int_a^c f(x)dx}_{\text{Partie positive }(S)} + \underbrace{(-\int_c^b f(x)dx)}_{\text{Partie négative }(S)}$$

(2) Lorsque des changements minimes dans les divisions d'intégration donnent des changements importants dans les valeurs d'intégration, calculez séparément les divisions d'intégration (divisez les larges zones de changement en zones plus petites), puis ajoutez les résultats.



$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^{x_1} f(x)dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x)dx + ...+ \int_{x_4}^b f(x)dx$$

3-5 Calculs de valeurs maximale/minimale

[OPTN]-[CALC]-[FMin]/[FMax]

Après avoir affiché le menu d'analyse de fonctions, vous pouvez effectuer des calculs de valeurs maximale/minimale en utilisant les formats suivants et trouver le maximum et le minimum d'une fonction dans un intervalle tel que $a \leqq x \leqq b$.

•Valeur minimale

F6 (▷) F1 (FMin) $f(x)$, a , b , n)

Précision (n=1 à 9)
Point final de l'intervalle
Point initial de l'intervalle

•Valeur maximale

F6 (▷) F2 (FMax) $f(x)$, a , b , n)

Précision (n=1 à 9)
Point final de l'intervalle
Point initial de l'intervalle

•Pour effectuer des calculs de valeurs maximale et minimale

Exemple 1 **Déterminer la valeur minimale pour l'intervalle défini par le point initial a = 0 et le point final b = 3, avec une précision de n = 6 pour la fonction $y = x^2 - 4x + 9$**

Entrez $f(x)$.

AC OPTN F4 (CALC) F6 (▷) F1 (FMin) X,θ,T x^2 − 4 X,θ,T + 9 ,

Entrez l'intervalle a = 0, b = 3.

0 , 3 ,

Entrez la précision n = 6.

6)

EXE

Exemple 2 **Déterminer la valeur maximale pour l'intervalle défini par le point initial a = 0 et le point final b = 3, avec une précision de n = 6 pour la fonction $y = -x^2 + 2x + 2$**

Entrez $f(x)$.

AC OPTN F4(CALC) F6(▷) F2(FMax) (−) X,θ,T x² + 2 X,θ,T + 2 ,

Entrez l'intervalle a = 0, b = 3.

0 , 3 ,

Entrez la précision n = 6.

6)

EXE

- Dans la fonction $f(x)$, seule X peut être utilisée comme variable dans les expressions. Les autres variables (A à Z, r, θ) sont traitées comme constantes, et la valeur affectée à cette variable est appliquée au cours du calcul.
- L'entrée de n et la fermeture de parenthèses suivant la valeur de précision peuvent être omises.
- Les points ou sections discontinus soumis à un changement important peuvent affecter la précision du calcul ou même provoquer une erreur.
- Vous ne pouvez pas utiliser d'expression de calcul de résolution, différentielle, différentielle quadratique, intégration, valeur maximale/minimale ou de Σ à l'intérieur d'un terme de calcul de valeurs maximale et minimale.
- L'entrée d'une valeur supérieure pour n augmente la précision du calcul, mais aussi le temps de calcul requis.

- La valeur entrée pour le point final de l'intervalle (b) doit être supérieure à la valeur entrée pour le point initial (a), sinon une erreur se produira.
- Vous pouvez interrompre un calcul de valeurs maximale/minimale en cours en appuyant sur la touche AC.
- Vous pouvez entrer un entier de 1 à 9 comme valeur de n. L'utilisation d'une valeur hors de cette plage cause une erreur.

3-6 Calculs de sommes (Σ)

Pour effectuer des calculs de Σ , affichez d'abord le menu d'analyse de fonctions, puis entrez les valeurs indiquées dans la formule suivante.

[F6] (▷) [F3] (Σ() a_k [,] k [,] α [,] β [,] n [)]

Distance entre les partitions (n)

Terme final de la séquence a_k (β)

Terme initial de la séquence a_k (α)

Variable utilisée par la séquence a_k (k)

$$\sum (a_k, k, \alpha, \beta, n) \Rightarrow \sum_{k=\alpha}^{\beta} a_k$$

Le calcul de Σ est le calcul de la somme partielle d'une séquence a_k avec la formule suivante.

$$S = a_\alpha + a_{\alpha+1} + \ldots\ldots + a_\beta = \sum_{k=\alpha}^{\beta} a_k$$

■ Exemple de calcul de Σ

Exemple **Effectuer le calcul suivant**

$$\sum_{k=2}^{6} (k^2 - 3k + 5)$$

Utilisez n = 1 comme distance entre les partitions.

Entrez la séquence a_k.

[AC] [OPTN] [F4] (CALC) [F6] (▷) [F3] (Σ() [ALPHA] [K] [x^2] [−] [3] [ALPHA] [K] [+] [5] [,]

Entrez la variable utilisée par la séquence a_k.

[ALPHA] [K] [,]

Entrez le terme initial de la séquence a_k et le terme final de la séquence a_k.

[2] [,] [6] [,]

Entrez n.

[1] [)]

[EXE]

```
Σ(K²-3K+5,K,2,6,1)
                55
```

- Vous pouvez utiliser seulement une variable dans cette fonction comme séquence d'entrée a_k.
- Entrez les nombres entiers seulement pour le terme initial de la séquence a_k et pour le terme final de la séquence a_k.
- L'entrée de n et la fermeture de parenthèses peuvent être omises. Sous vous omettez n, la calculatrice utilise automatiquement $n = 1$.

■ Applications des calculs de Σ

- Opérations arithmétiques utilisant des expressions avec calculs de Σ

  Expressions: $S_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$, $T_n = \sum_{k=1}^{n} b_k$

  Opérations possibles: $S_n + T_n$, $S_n - T_n$, etc.

- Opérations arithmétiques et de fonctions utilisant les résultats de calculs de Σ

  $2 \times S_n$, $\log (S_n)$, etc.

- Opérations de fonctions utilisant des termes de calculs de Σ (a_k, k)

  $\Sigma (\sin k, k, 1, 5)$, etc.

- Vous ne pouvez pas utiliser d'expression de calcul de résolution, différentielle, différentielle quadratique, intégration, valeur maximale/minimale ou de Σ à l'intérieur d'un terme de calcul de Σ.

- La valeur utilisée comme terme final β doit être supérieure à la valeur utilisée comme terme initial α, sinon une erreur se produira.
- Pour interrompre un calcul de Σ en cours (indiqué par l'absence de curseur sur l'écran), appuyez sur la touche AC.